

文章编号:1000-8055(2011)10-2220-07

涡轮盘多轴低循环疲劳寿命预测及试验验证

杨 俊^{1,2}, 李承彬³, 谢寿生²

(1. 中国人民解放军 空军西安局某军事代表室, 西安 710021;

2. 空军工程大学 工程学院, 西安 710051;

3. 中国航空工业集团公司 西安航空发动机(集团)有限公司, 西安 710021)

摘 要: 应用单轴及多轴疲劳寿命预测的 Von Mises 等效应变模型和临界平面模型对某两级涡轮盘传动臂销钉孔的疲劳寿命进行预测. 组装和调试了全尺寸两级涡轮盘联合试验件, 在旋转试验器上完成了低循环疲劳试验, 得到两级涡轮盘传动臂销钉孔试验失效寿命. 预测寿命与试验寿命对比分析显示单轴和 Von Mises 等效应变模型预测误差较大; 临界平面模型误差较小, 尤其是拉伸型失效 SWT (Smith-Watson-Topper) 模型误差为 9.26%.

关 键 词: 涡轮盘; 多轴低循环疲劳; 临界平面; 寿命预测; SWT (Smith-Watson-Topper) 模型; Von Mises 等效应变模型

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Multiaxial low cycle fatigue life prediction and test verification for turbine disk

YANG Jun^{1,2}, LI Cheng-bin³, XIE Shou-sheng²

(1. A Military Representative Office, Airforce Xi'an Bureau,
The Chinese People's Liberation Army, Xi'an 710021, China;

2. The Engineering Institute,
Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

3. Xi'an Aero-engine (Group) Corporation Limited,
Aviation Industry Corporation of China, Xi'an 710021, China)

Abstract: The fatigue life of a two-stage turbine disk transmission arm pin hole was predicted by the models of uniaxial, Von Mises strain and critical plane. A full-scale two-stage turbine disk was fabricated and debugged, and then tested for LCF (low cycle fatigue). The predicted life was compared with the life evaluated by fatigue test of real turbine disk, and the result shows that the predicted errors of the critical plane model are less than those of the uniaxial model and the Von Mises strain model, especially the error of SWT (Smith-Watson-Topper) model is 9.26%.

Key words: turbine disk; multiaxial low cycle fatigue; critical plane; life prediction; SWT (Smith-Watson-Topper) model; Von Mises strain model

收稿日期: 2010-11-05; 修订日期: 2011-04-04

基金项目: 总装关于某型发动机综合整治科研项目(10116-2004);

西航集团“十一五”可靠性科研项目(XAEC-JPS-JHB-1005-0031)

作者简介: 杨俊(1979—), 男, 山西太原人, 工程师, 博士, 主要从事航空发动机零部件强度及寿命研究.

涡轮盘是航空发动机关键转动部件之一,其主要失效模式之一是低循环疲劳.国内一些学者对涡轮盘低循环疲劳寿命预测方法进行了研究^[1-3],也取得了一定的进展.然而研究证明涡轮盘危险部位呈现出多轴应力状态^[4],简单应用单轴疲劳寿命模型预测多轴疲劳寿命,将会产生较大误差^[5].为此,多种不同类型的多轴疲劳寿命预测模型被提出,主要有等效应变模型、能量模型、临界平面模型^[6].等效应变模型预测精度较低,并且等效应变与寿命之间缺乏明确的物理基础,没有考虑应力与应变在变形过程中的相互影响,但由于其形式简单,工程上还是有一定的应用;能量模型具有明确的物理意义,但由于能量为标量,无法确定裂纹的扩展方向,并且需要确定的参数较多^[3],工程中难以实际应用;临界平面模型物理意义明确,寿命预测精度较高,是一种有效的分析多轴疲劳的方法^[7].

本文对某型发动机高压两级涡轮盘进行了弹塑性分析,采用文献[4,8]的方法搜索得到临界平面,进而得到预测模型中的损伤参量,应用单轴 Manson-Coffin 模型、Von Mises 等效应变模型及临界平面中的 SWT (Smith-Watson-Topper) 模型、FS (Fatemi-Socie) 模型分别对两级涡轮盘进行了寿命预测.组装和调试了某型全尺寸涡轮盘联合试验件,在旋转试验器上完成了低循环疲劳试验,裂纹断口分析得到试验寿命.预测寿命与试验寿命对比分析显示单轴和 Von Mises 等效应变模型精度较低;临界平面模型误差较小,尤其是拉伸型失效的 SWT 模型误差为 9.26%,从理论上证明该涡轮盘传动臂销钉孔失效模式为拉伸型,该预测模型适合工程应用.

1 涡轮盘模型及弹塑性分析

1.1 涡轮盘有限元模型及相关参数

某型发动机高压涡轮盘 1/16 扇区有限元模型如图 1 所示.

涡轮盘疲劳试验设计转速为 650~12 640~650 r/min,三角波,温度为 525 °C 均匀温度场.根据 500 °C 涡轮盘材料 GH901 的疲劳试验数据^[9],可以得到循环应力-应变曲线

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_e + \Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta \sigma}{E} + \left(\frac{\Delta \sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

式中 $\Delta \varepsilon_e$, $\Delta \varepsilon_p$ 分别为弹性应变范围和塑性应变范围. GH901 材料参数如表 1 所示^[10].

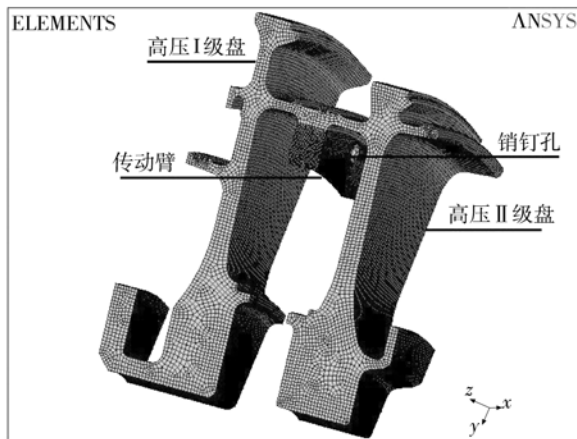


图 1 两级涡轮盘有限元模型

Fig. 1 Finite element model of two-stage turbine disk

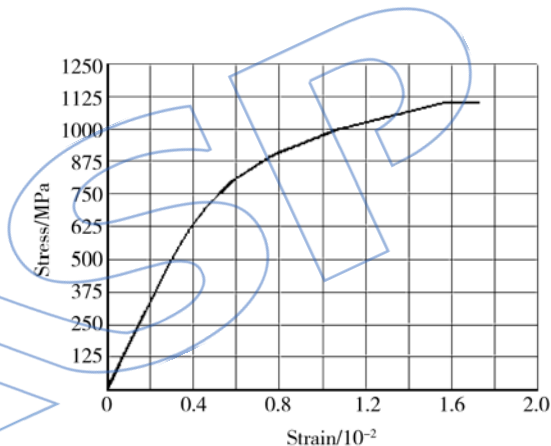


图 2 GH901 在 500 °C 循环应力-应变曲线

Fig. 2 Cyclic stress-strain curve of GH901 at temperature of 500 °C

表 1 GH901 在 500 °C 下材料参数

Table 1 Material properties of GH901 at temperature of 500 °C

材料参数	数值
弹性模量 E /MPa	170 000
循环硬化指数 n	0.15
强度系数 K /MPa	2 220
密度 ρ /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	8 210
疲劳强度系数 σ'_f /MPa	2 140
疲劳强度指数 b	-0.13
疲劳延性系数 ϵ'_f	0.218
疲劳延性指数 c	-0.74
屈服应力 σ_0 /MPa	710

1.2 涡轮盘弹塑性分析结果

采用多步分析方法,经过两次循环,得到涡轮盘最大转速下的周向应力分析云图如图 3 所示。可以看出,应力最大点出现在两级盘连接处传动臂销钉孔处,为此将该处作为疲劳试验的考核点及寿命预测点。

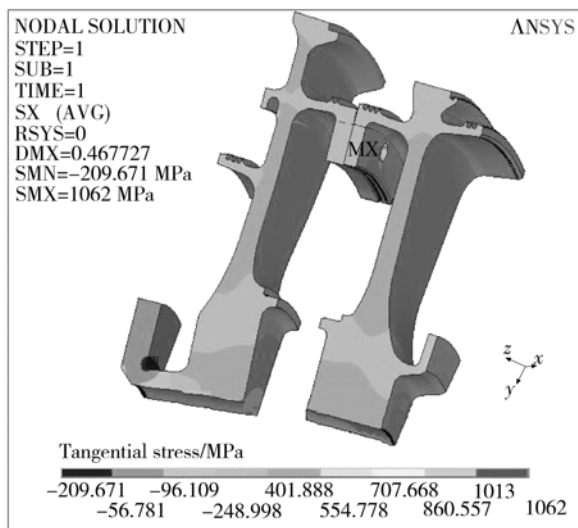


图 3 转速为 12640 r/min 下涡轮盘周向应力分布

Fig. 3 Tangential stress distribution of turbine disk at rotate speed of 12640 r/min

2 涡轮盘低循环疲劳试验验证

2.1 涡轮盘低循环疲劳试验

试验在西安航空发动机(集团)有限公司立式旋转试验器上进行。循环试验温度为 525℃ 均匀温度场,试验转速为 650~12 640~650 r/min。在完成 2000 次循环后,对试验件进行了荧光检查,未发现裂纹。3 500 次循环后进行荧光检查,发现传动臂销钉孔全部出现裂纹。其中高压 II 级涡轮盘传动臂销钉孔 13#,16# 孔 12 点方向的裂纹长度分别为 2 mm 和 6 mm。5 000 次循环后, I 级涡轮盘裂纹扩展缓慢, II 级涡轮盘扩展较快,其中 13#,16# 孔 6 点方向裂纹较长,已扩展至转接 R 处,16# 最长为 35 mm。

由于涡轮盘实际工作中扭矩传递很复杂,并不是完全靠销钉来传递,两级盘之间的摩擦力也会起到很大的作用;通过有限元分析可知,施加扭矩后的最大应力应变较不施加扭矩的要小,但减小量很少,所以不施加扭矩试验得到的寿命与实际寿命相当,并且更加安全。故而本次试验未模拟扭矩的作用。

2.2 裂纹断口分析

将 13#,16# 销钉孔切块的裂纹进行断口分析,宏、微观均可确定裂纹试样为线源特征,并可观察到在扩展区的疲劳条带十分明显(图 4),可以确定两条裂纹均为低循环疲劳裂纹。通过扫描电镜对疲劳条带进行定量反推,可得到,13# 销钉孔裂纹萌生寿命为 3 281 次循环,16# 销钉孔裂纹萌生寿命为 3 129 次循环。将 3 129 次循环作为涡轮盘裂纹萌生寿命。

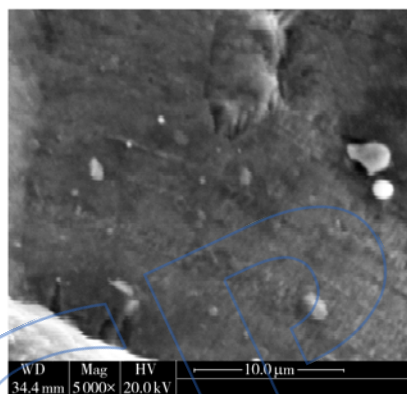


图 4 16# 销钉孔裂纹断口疲劳条带

Fig. 4 Fatigue striations of No. 16 pin hole crack

3 涡轮盘销钉孔寿命预测及比较分析

3.1 多轴低循环疲劳寿命模型

3.1.1 等效应变模型

单轴低循环疲劳寿命预测模型为著名的 Manson-Coffin 公式

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (2)$$

式中参数意义如表 1 所示。

Von Mises 等效应变模型是将单轴 Manson-Coffin 模型应用到多轴低循环疲劳中,把 Von Mises 等效应变范围 $\Delta \epsilon_q$ 作为疲劳损伤参数,其寿命计算模型为

$$\frac{\Delta \epsilon_q}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (3)$$

3.1.2 临界平面模型

Socie^[11]在前人研究的基础上,认为材料的多轴低循环疲劳失效形式分为拉伸型和剪切型两种。对于拉伸型失效的材料,对 Smith 等^[12]提出的 SWT 模型进行了推广,以最大主应变平面的

最大主应变范围为临界平面,得到

$$\sigma_{\max} \frac{\Delta \epsilon_1}{2} = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \epsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (4)$$

式中 $\Delta \epsilon_1$ 为最大主应变平面的最大主应变范围, $\sigma_{\max}$ 为最大主应变平面上的最大拉应力. 对于剪切失效的材料, Fatemi 等^[13]将最大剪应变范围平面定义为临界平面, 损伤参数应同时考虑正应力和剪应变的影响, 提出寿命预测模型

$$\frac{\Delta \gamma_{\max}}{2} \left[1 + k \frac{\sigma_{n, \max}}{\sigma_0} \right] = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^b + \gamma'_f (2N_f)^c \quad (5)$$

式中 $\Delta \gamma_{\max}$ 和 $\sigma_{n, \max}$ 为最大剪应变范围和最大剪应变范围平面上的最大法向应力; k 为材料常数, 试验数据不充分时, 取 $k=1$ ^[8]; σ_0 为屈服应力, $\sigma_0 = \sigma_{0.1}$ ^[7]; G 为剪切模量, τ'_f 为扭转疲劳强度系数, γ'_f 为扭转疲劳延性系数. 可由式(6)计算得到^[14]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau'_f}{G} &= 1.44 \frac{\sigma'_f}{E} \\ \gamma'_f &= 1.66 \epsilon'_f \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3.2 临界平面的搜索

首先对涡轮盘进行有限元分析, 分析采用多步计算, 即不能只计算最大转速和最小转速的应

力应变值, 由于销钉孔处最大应力已经超过屈服强度, 故而在最小转速时存在残余应力应变, 需连续计算多次循环后, 待应力应变值稳定后再计算各损伤参数. 为了采用临界平面模型对涡轮盘销钉孔寿命进行预测, 首先需要找到临界平面, 本文采用文献[4]的方法来确定临界平面. 任意平面上的应力应变如图 5 所示.

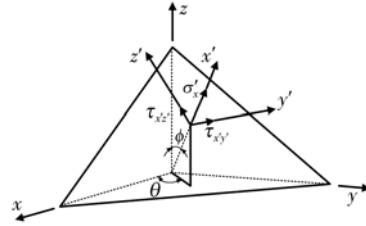


图 5 任意平面上的应力应变

Fig. 5 Stress-strain acting on the candidate plane

图 5 中任意平面上的应力与 x, y, z 轴的方向余弦如下:

$$a_{11} = \cos \theta \sin \phi, \quad a_{12} = \sin \theta \sin \phi, \quad a_{13} = \cos \phi,$$

$$a_{21} = -\sin \theta, \quad a_{22} = \cos \theta, \quad a_{23} = 0,$$

$$a_{31} = -\cos \theta \cos \phi, \quad a_{32} = -\sin \phi \cos \phi, \quad a_{33} = \sin \phi$$

各应力分量可由式(7)矩阵求出.

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \sigma'_z \\ \tau'_{x'y'} \\ \tau'_{y'z'} \\ \tau'_{x'z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & 2a_{11}a_{12} & 2a_{11}a_{13} & 2a_{12}a_{13} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & 2a_{21}a_{22} & 2a_{21}a_{23} & 2a_{22}a_{23} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & 2a_{31}a_{32} & 2a_{31}a_{33} & 2a_{32}a_{33} \\ a_{11}a_{21} & a_{12}a_{22} & a_{13}a_{23} & a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21} & a_{13}a_{21} + a_{11}a_{23} & a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} \\ a_{11}a_{31} & a_{12}a_{32} & a_{13}a_{33} & a_{11}a_{32} + a_{21}a_{31} & a_{13}a_{31} + a_{11}a_{33} & a_{13}a_{32} + a_{12}a_{33} \\ a_{21}a_{31} & a_{22}a_{32} & a_{23}a_{33} & a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31} & a_{11}a_{22} + a_{21}a_{33} & a_{11}a_{22} + a_{23}a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

同理可以求出任意平面上的各应变分量值, 只需把式(7)矩阵中的应力标识改为应变标识即可.

通过有限元计算, 得到最大应力点为 143 948 节点, 该节点的周向应力、Von Mises 等效应力、周向应变、Von Mises 等效应变如图 6~图 9 所示.

以正应力与 x 轴夹角 θ 、与 z 轴夹角 ϕ 为循环变量, 如图 5 所示. 以 5° 为步长进行双循环搜索, 通过式(7)确定临界平面及损伤参数. 应变范围同理可得. 正应变范围 $\Delta \epsilon$ 和剪应变范围 $\Delta \gamma$ 随 θ 和 ϕ 的变化如图 10、图 11 所示.

由图 10、图 11 可知, 正应变范围 $\Delta \epsilon$ 最大值, 即临界平面位置为 $\phi=90^\circ, \theta=0^\circ$, 刚好与模型的

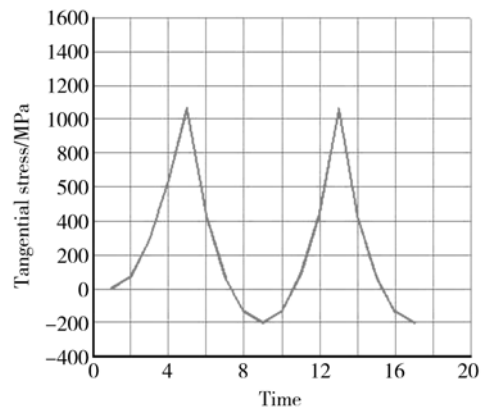


图 6 节点 143948 的周向应力

Fig. 6 Tangential stress of node 143948

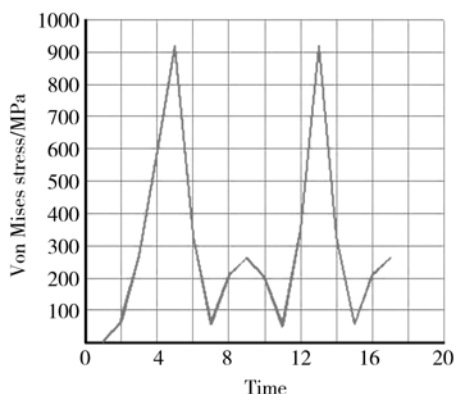


图 7 节点 143948 的 Von Mises 等效应力
Fig. 7 Von Mises stress of node 143948

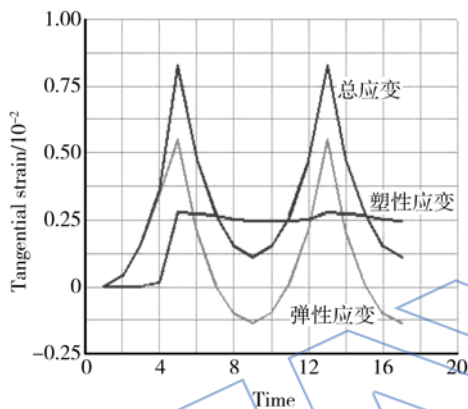


图 8 节点 143948 的周向应变
Fig. 8 Tangential strain of node 143948

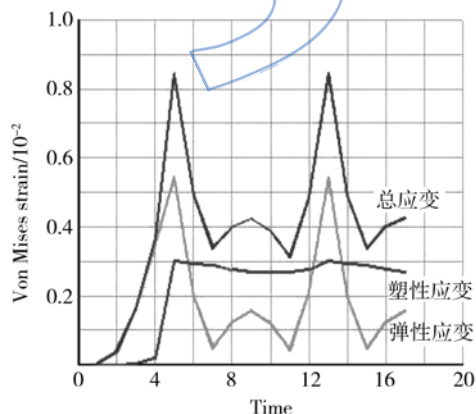


图 9 节点 143948 的 Von Mises 等效应变
Fig. 9 Von Mises strain of node 143948

yoz 平面重合, 可以证明 x 方向, 即轮盘周向是承受正应变与正应力变化最大的地方, 与销钉孔实际断裂平面吻合. 剪应变范围 $\Delta\gamma$ 最大值, 即临界平面位置为 $\phi=0^\circ, \theta=115^\circ$.

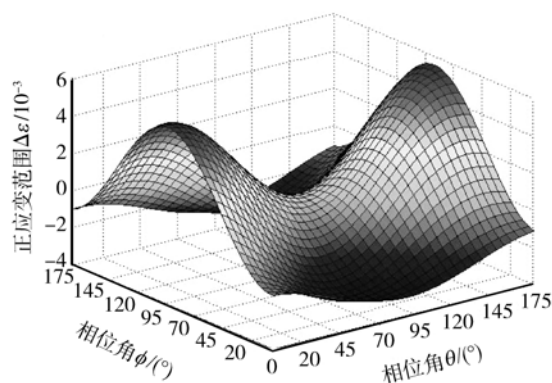


图 10 节点 143948 不同平面上的正应变范围 $\Delta\epsilon$
Fig. 10 Normal strain range $\Delta\epsilon$ acting on the candidate plane of node 143948

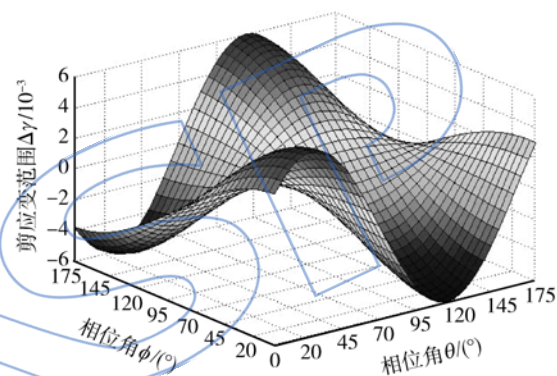


图 11 节点 143948 不同平面上的剪应变范围 $\Delta\gamma$
Fig. 11 Shear strain range $\Delta\gamma$ acting on the candidate plane of node 143948

3.3 疲劳寿命预测模型损伤参数及预测结果

由于涡轮盘应力-应变循环为非对称循环, 因此对于单轴 Manson-Coffin 模型及 Von Mises 等效应变模型需要进行平均应力修正, 本文采用 Morrow 法; SWT 模型中的 $\sigma_{\max}$ 项就是考虑对平均应力进行修正, 而 FS 模型中 $\sigma_{n, \max}$ 项即考虑了最大法向应力的影响. 各疲劳寿命预测模型损伤参数如表 2 所示.

表 2 中 $\Delta\epsilon_x$ 为单轴 x 方向应变范围. 由各疲劳寿命模型计算得到涡轮盘的预测寿命, 并与涡轮盘裂纹萌生寿命 3 129 次标准循环做了比较, 给出相对误差, 如表 3 所示.

从表 3 可以看出单轴 Manson-Coffin 模型和 Von Mises 等效应变模型预测寿命均偏大, 并且误差较大; 临界平面的 SWT 模型和 FS 模型预测精度明显高于单轴和 Von Mises 等效应变模型, SWT 模型预测精度最高, 误差为 9.26%. 拉伸型

表 2 各疲劳寿命预测模型损伤参数
Table 2 Parameters of fatigue prediction models

模型	疲劳损伤参数	临界平面 (ϕ, θ)/($^{\circ}$)
单轴 Manson-Coffin	$\Delta \epsilon_r = 0.0055103$ $\sigma_m = 430.163 \text{ MPa}$	
等效 Von Mises	$\Delta \epsilon_l = 0.0053224$ $\sigma_m = 484.5438 \text{ MPa}$	
临界平面 SWT	$\Delta \epsilon_l = 0.0055103$ $\sigma_{\max} = 1062.5 \text{ MPa}$	(90, 0)
FS	$\Delta \gamma_{\max} = 0.0059748$ $\sigma_{n, \max} = 757.1933 \text{ MPa}$	(0, 115)

表 3 涡轮盘预测结果及误差
Table 3 Predicted results and errors of fatigue life
for turbine disk

模型	预测寿命/次循环	相对误差/%
单轴 Manson-Coffin	11847	278.61
等效 Von Mises	12792	308.82
临界平面 SWT	3419	9.26
FS	3753	19.94

失效 SWT 模型预测寿命小于剪切型失效 FS 模型, 可以从理论上证明该两级涡轮盘传动臂销钉孔处的低循环疲劳断裂属于拉伸型破坏。

4 结 论

1) 对某型发动机高压两级涡轮盘建立有限元模型, 并对其进行了弹塑性分析, 分析结果表明两级涡轮盘最大应力点位于传动臂销钉孔处。提出以传动臂销钉孔作为轮盘定寿位置。

2) 组装和调试了全尺寸两级涡轮盘联合试验件, 在旋转试验器上完成了低循环疲劳试验, 裂纹断口分析得到两级涡轮盘传动臂销钉孔裂纹萌生寿命为 3129 次循环。

3) 采用双循环搜索平面法得到临界平面, 进而得到各种预测模型中的损伤参数。应用单轴 Manson-Coffin 模型、Von Mises 等效应变模型及临界平面中的 SWT 模型和 FS 模型分别对两级涡轮盘传动臂销钉孔进行了寿命预测。预测寿命与试验寿命对比分析显示单轴 Manson-Coffin 模型和 Von Mises 等效应变模型预测精度较低; 临

界平面模型误差较小, 尤其是拉伸型失效的 SWT 模型误差为 9.26%。

4) 在不考虑扭矩作用下, 连接臂销钉孔边危险点属于单轴拉伸状态, 但从物理意义分析, 由于危险点处应力较大, 应变范围和正应力对于疲劳裂纹的萌生和扩展起着同样重要的作用, 应该综合考虑两者的影响。SWT 模型之所以预测精度高于其他预测模型, 是因为疲劳损伤参数中包含最大拉应力 $\sigma_{\max}$, 更加符合裂纹扩展的物理意义。SWT 模型另一优点是包含 $\sigma_{\max}$, 不需进行平均应力修正, 从本文预测结果来看, 该预测模型具有较好的应用前景。

5) 本文将多轴低循环疲劳预测模型引入到涡轮盘的寿命预测中, SWT 模型预测精度较高, 但与试验寿命相比偏大, 偏于危险。不同于盘心微小裂纹将会导致整盘破裂, 对于传动臂销钉孔, 使用中允许的裂纹长度要远大于萌生裂纹, 所以预测寿命还是偏于安全的。

参考文献:

- [1] 蔚夺魁, 邵丕仁. 某型发动机涡轮盘销钉孔边低循环疲劳寿命分析[J]. 航空发动机, 2000(2): 37-51.
WEI Duokui, SHAO Piren. Low cycle fatigue life analysis of turbine disk pin holes in aeroengine[J]. Aeroengine, 2000(2): 37-51. (in Chinese)
- [2] 王卫国, 古远兴, 卿华, 等. 轮盘低循环疲劳寿命预测方法研究及试验验证[J]. 航空动力学报, 2006, 21(5): 862-866.
WANG Weiguo, GU Yuanxing, QING Hua, et al. Investigation of disk LCF life prediction and its experimental verification[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(5): 862-866. (in Chinese)
- [3] 李伟, 董立伟, 蔡向晖, 等. 某型发动机涡轮盘销钉孔结构分析与寿命评估[J]. 航空动力学报, 2009, 24(8): 1699-1706.
LI Wei, DONG Liwei, CAI Xianghui, et al. Structure analysis and life evaluation of the pin holes in a turbine disk of a type of aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(8): 1699-1706. (in Chinese)
- [4] 钱文学, 伊晓阳, 谢里阳, 等. 轮盘疲劳可靠性分析的 Monte-Carlo 数字仿真[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(2): 254-256.
QIAN Wenxue, YI Xiaoyang, XIE Liyang, et al. Reliability analysis of disk fatigue life based on Monte-Carlo method[J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(2): 254-256. (in Chinese)
- [5] Socie D F, Marquis G B. Multiaxial fatigue[M]. Warrendale: SAE International, 1999.
- [6] 时新红, 张建宇, 鲍蕊, 等. 材料多轴高低周疲劳失效准则的研究进展[J]. 机械强度, 2008, 30(3): 515-521.

- SHI Xinhong, ZHANG Jianyu, BAO Rui, et al. Development of failure criterion on high-cycle and low-cycle multiaxial fatigue[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2008, 30(3): 515-521. (in Chinese)
- [7] 高阳, 白广忱, 张瑛莉. 涡轮盘多轴低循环疲劳寿命可靠性分析[J]. *航空学报*, 2009, 30(9): 1678-1682.
- GAO Yang, BAI Guangchen, ZHANG Yingli. Reliability analysis of multiaxial low cycle fatigue life for turbine disk[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2009, 30(9): 1678-1682. (in Chinese)
- [8] 王相平, 周柏卓, 杨晓光. 多轴疲劳理论在航空发动机零部件寿命预测中的应用[J]. *沈阳航空工业学院学报*, 2004, 21(4): 1-4.
- WANG Xiangping, ZHOU Baizhuo, YANG Xiaoguang. Multiaxial fatigue life prediction of fan disk using critical plane method[J]. *Journal of Shenyang Institute of Aeronautical Engineering*, 2004, 21(4): 1-4. (in Chinese)
- [9] 黄志豪. 航空发动机设计用材料数据手册[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.
- HUANG Zhihao. Manual of material data for aero-engine design[M]. Beijing: Defence Industry Press, 1993. (in Chinese)
- nese)
- [10] Ministry of Defense(United Kingdom). Defense standard 00-971 General specification for aircraft gas turbine engines[S]. UK: Ministry of Defense, 1987.
- [11] Socie D F. Multiaxial fatigue damage models[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1987, 109(3): 293-298.
- [12] Smith R N, Watson P, Topper T H. A stress-strain function for the fatigue of metals[J]. *Journal of Materials*, 1970, 5(4): 767-778.
- [13] Fatemi A, Socie D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-plastic loading[J]. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 1988, 11(3): 149-165.
- [14] 张莉, 程靳, 李新刚. 基于临界平面法的缺口件疲劳寿命预测方法[J]. *宇航学报*, 2007, 28(4): 824-826.
- ZHANG Li, Chengjin, LI Xingang. The fatigue life prediction method of notched specimen based on the critical plane[J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(4): 824-826. (in Chinese)